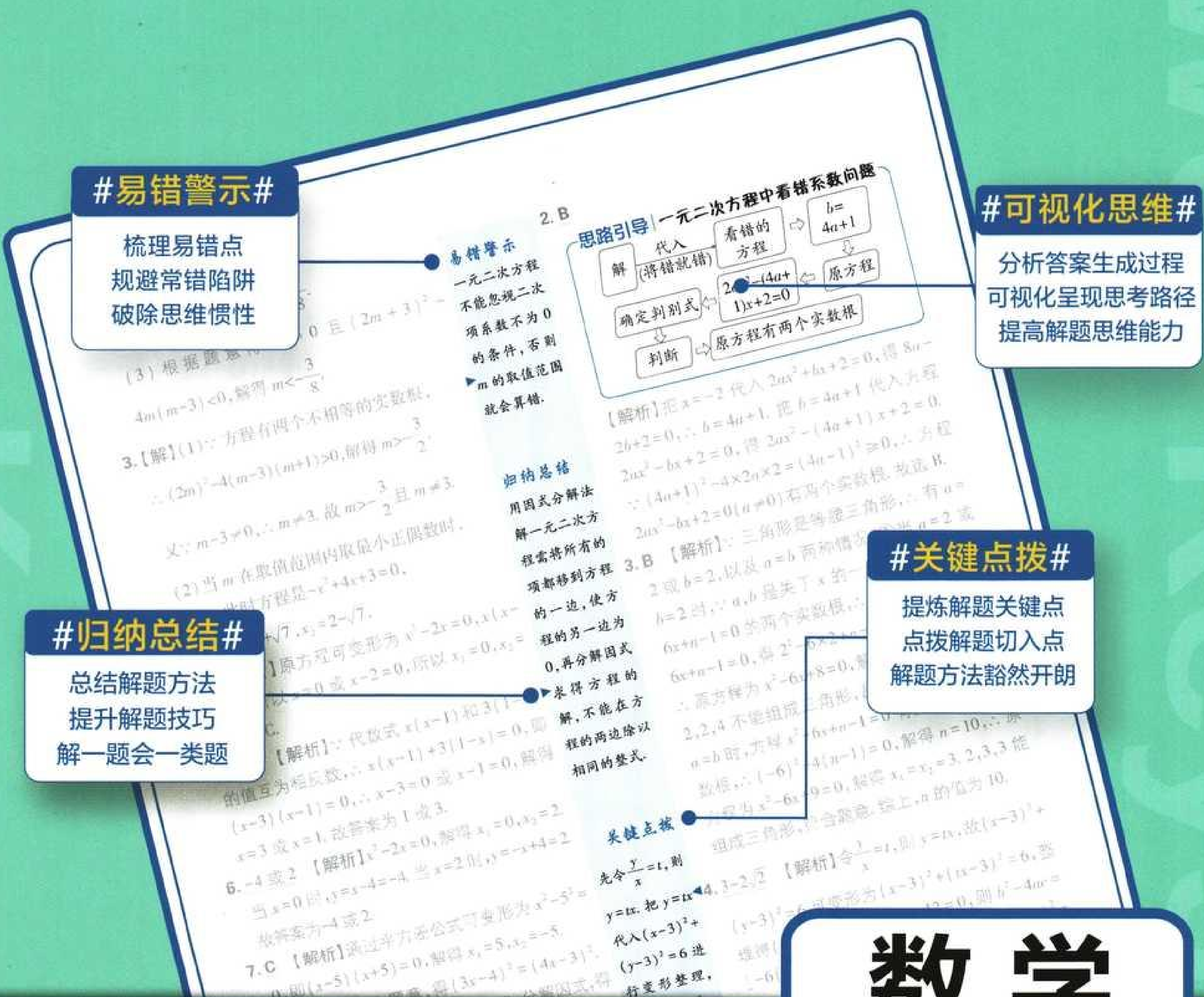
附

理想树

批注式

扫码查答案

详答与详析



数学

九年级上册 BS

保持
思路清晰

禁止
直接对答案

小心
错题踩坑

批注式详答与详析

第一章　特殊平行四边形

1　菱形的性质与判定

课时1　菱形的性质

刷基础

1. B　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 的对角线互相平分，∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 又∵ $AB=BC$（一组邻边相等），∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形. 故选 B.

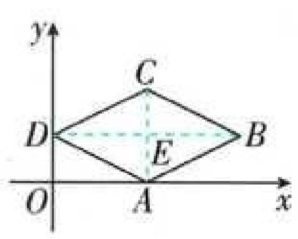
2. C　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $\angle BAC=\angle DAC$，$AB=AD$，$AC\perp BD$，故 A，B，D 正确，无法得出 $AC=BD$，故选 C.

3. B　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $OA=OC$，即点 A 与点 C 关于原点对称. ∵ 点 $A(-2,5)$，∴ 点 C 的坐标是 $(2,-5)$. 故选 B.

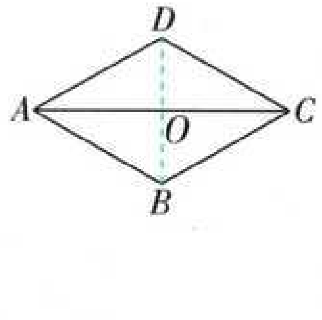
归纳总结｜平面直角坐标系中点的对称变换

对称形式	坐标特点	原坐标	对称后坐标
关于 x 轴对称	横坐标不变，纵坐标互为相反数	(x,y)	$(x,-y)$
关于 y 轴对称	纵坐标不变，横坐标互为相反数	(x,y)	$(-x,y)$
关于原点对称	横、纵坐标均互为相反数	(x,y)	$(-x,-y)$

4. D　【解析】连接 AC，BD 交于点 E，如图所示. ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AC\perp BD$，$AE=CE=\frac{1}{2}AC$，$BE=DE=\frac{1}{2}BD$. ∵ 点 B 的坐标为 $(8,2)$，点 D 的坐标为 $(0,2)$，∴ $AE=2=OD$，$DE=OA=4$，∴ $AC=4$，∴ 点 C 的坐标为 $(4,4)$. 故选 D.



5. D　【解析】如图，连接 BD 交 AC 于点 O. ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle DAB=60°$，∴ $OA=OC$，$\angle BAO=\frac{1}{2}\angle DAB=30°$，$AC\perp BD$，∴ $\angle AOB=90°$，∴ $OB=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$，∴ $OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $AC=2OA=\sqrt{3}$，故选 D.



思路分析

连接 BD 交 AC 于点 O，由菱形的性质得 $OA=OC$，$\angle BAO=30°$，$AC\perp BD$，再由含 30° 角的直角三角形的性质求得 OB 的长，然后由勾股定理得出 OA 的长，即可得出结论.

6. $\frac{48}{5}$　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AC\perp BD$，$AO=\frac{1}{2}AC=8$ cm，$BO=\frac{1}{2}BD=6$ cm，∴ $AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=10$ cm. ∵ $S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=AB\cdot EF$，∴ $\frac{1}{2}\times16\times12=10EF$，∴ $EF=\frac{48}{5}$ cm，故答案为 $\frac{48}{5}$.

7. 24　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AC\perp BD$，$AB=BC=CD=DA$. ∵ 菱形 $ABCD$ 的周长为 20，∴ $AD=AB=5$. ∵ $AC+BD=14$，∴ $AO+BO=7$，∴ $AO^2+BO^2+2AO\cdot BO=7^2$. ∵ $AO^2+BO^2=AB^2$，∴ $5^2+2AO\cdot BO=7^2$，∴ $AO\cdot BO=12$，∴ 菱形的面积为 $4\times S_{\triangle AOB}=4\times\frac{1}{2}AO\cdot BO=2\times12=24$，故答案为 24.

关键点拨

利用完全平方公式得出 $AO\cdot BO$ 的值是解题的关键.

8. 【解】(1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AD=AB$，$\angle DAC=\angle CAB$，$AO=CO$，$AC\perp BD$，$BO=DO$. ∵ E 为 AB 的中点，$DE\perp AB$，∴ $AD=BD$，∴ $AD=AB=DB$，∴ $\triangle ABD$ 是等边三角形，∴ $\angle DAB=60°$，∴ $\angle CAB=30°$.

(2) ∵ $AC=4\sqrt{3}$，∴ $AO=CO=2\sqrt{3}$. ∵ $AB^2-BO^2=AO^2$，且 $AB=2OB$，∴ $3BO^2=12$，∴ $BO=2$，∴ $DB=4=AD=AB$，∴ $AE=BE=2$，∴ $DE=\sqrt{DB^2-BE^2}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$.

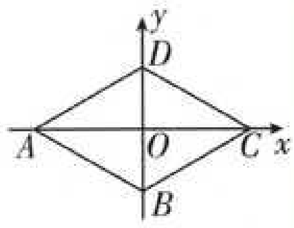
刷提升

1. D

思路分析

未说明点 D 在 y 轴上的具体位置 → 分类讨论：
- 点 D 在 y 轴正半轴 → 点 $C(2\sqrt{3},0)$
- 点 D 在 y 轴负半轴 → 点 $C(-2\sqrt{3},0)$

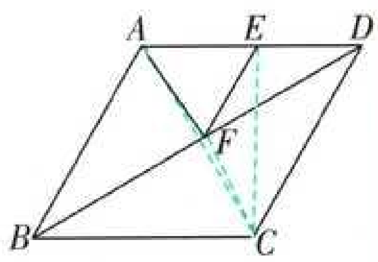
【解析】根据菱形的对称性可得，当点 D 旋转到 y 轴正半轴上时，点 A,B,C 均在坐标轴上，如图.$\because\angle BAD=60°$，$AD=4$，$\therefore\angle OAD=30°$，$\therefore OD=2$，$\therefore AO=\sqrt{3}OD=2\sqrt{3}=OC$，$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2\sqrt{3},0)$. 同理，当点 D 旋转到 y 轴负半轴上时，点 C 旋转到 x 轴负半轴，点 C 的坐标为 $(-2\sqrt{3},0)$. $\therefore$ 点 C 的对应点的坐标为 $(2\sqrt{3},0)$ 或 $(-2\sqrt{3},0)$，故选 D.



2. $2\sqrt{3}$ 【解析】已知四边形 $AECF$ 是菱形，$AB=3$，设 $BE=x$，则 $AE=3-x=CE$. $\because$ 四边形 $AECF$ 是菱形，$\therefore\angle FCO=\angle ECO$. $\because\angle ECO=\angle ECB$，$\therefore\angle ECO=\angle ECB=\angle FCO=30°$，$\therefore 2BE=CE$，$\therefore CE=2x$，$\therefore 2x=3-x$，解得 $x=1$，$\therefore CE=2$. 由勾股定理得 $BC^2+BE^2=EC^2$，$\therefore BC=\sqrt{EC^2-BE^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$. 又 $\because AE=3-x=3-1=2$，$\therefore$ 菱形的面积是 $AE\cdot BC=2\sqrt{3}$. 故答案为 $2\sqrt{3}$.

思路分析 根据菱形 $AECF$ 得 $\angle FCO=\angle ECO$，再利用折叠的性质可得 $\angle ECO=\angle ECB=\angle FCO=30°$，根据直角三角形的性质，结合勾股定理求得 BC,EC 的长，即可求解.

3. $2+2\sqrt{3}$ 【解析】如图，连接 CF,CE,AC. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AB=BC=CD=AD=4$，$\angle ABD=\angle CBD$，$\angle ABC=\angle ADC=60°$，$\therefore\triangle ACD$ 是等边三角形. $\because E$ 为 AD 的中点，$\therefore CE\perp AD$. 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CBF$ 中，$\begin{cases}AB=CB,\\ \angle ABF=\angle CBF,\\ BF=BF,\end{cases}$ $\therefore\triangle ABF\cong\triangle CBF$（SAS），$\therefore AF=CF$，$\therefore AF+EF=CF+EF$，$\therefore$ 当 C,F,E 三点共线，即 $CF+EF=CE$ 时，$AF+EF$ 的值最小. $\because E$ 为 AD 的中点，$\therefore ED=2$，$\therefore$ 在 Rt$\triangle CDE$ 中，$CE=\sqrt{CD^2-DE^2}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$，$\therefore\triangle AEF$ 周长的最小值为 $AE+AF+EF=AE+CE=2+2\sqrt{3}$. 故答案为 $2+2\sqrt{3}$.

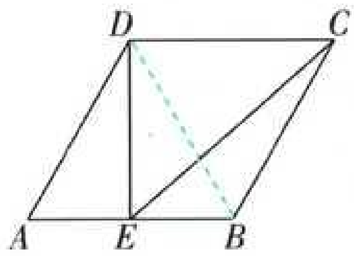


关键点拨 在 $\triangle AEF$ 的三边中，AE 的长度固定，要想 $\triangle AEF$ 的周长最小，只需使 $AF+EF$ 的值最小即可，当 C,F,E 三点共线，即 $CF+EF=CE$ 时，$AF+EF$ 的值最小.

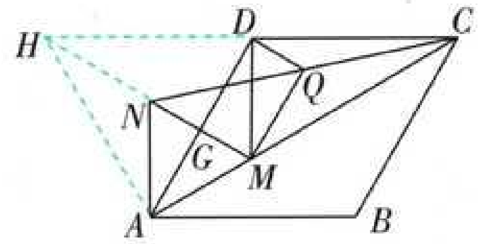
4. 添加辅助线 | 倍长线段构造中位线

(2) 点 Q 为 NC 中点；求证 $DM=2DQ$ → 需把 DQ 构造成三角形中位线 → 倍长 CD → 如图(2)，$HN=2DQ$ → 求证 $DM=HN$ 即可

(1)【解】如图(1)，连接 BD. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AB=AD$. $\because\angle A=60°$，$\therefore\triangle ABD$ 是等边三角形，$\therefore BD=AD=4$. $\because E$ 是 AB 的中点，$\therefore DE\perp AB$，$AE=2$. 由勾股定理得 $DE=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$. $\because DC/\!/AB$，$\therefore\angle EDC=\angle DEA=90°$. 在 Rt$\triangle DEC$ 中，$DC=4$，$\therefore EC=\sqrt{DC^2+DE^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$.



图(1)



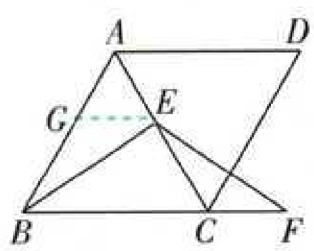
图(2)

(2)【证明】如图(2)，延长 CD 至 H，使 $DH=CD$，连接 NH,AH.
$\because AD=CD$，$\therefore AD=DH$. $\because CD/\!/AB$，$\therefore\angle HDA=\angle BAD=60°$，$\therefore\triangle ADH$ 是等边三角形，$\therefore AH=AD$，$\angle HAD=60°$. $\because\triangle AMN$ 是等边三角形，$\therefore AM=AN$，$\angle NAM=60°$，$\therefore\angle HAN+\angle NAG=\angle NAG+\angle DAM$，$\therefore\angle HAN=\angle DAM$.
在 $\triangle ANH$ 和 $\triangle AMD$ 中，$\because\begin{cases}AH=AD,\\ \angle HAN=\angle DAM,\\ AN=AM,\end{cases}$
$\therefore\triangle ANH\cong\triangle AMD$（SAS），$\therefore HN=DM$.
$\because D$ 是 CH 的中点，Q 是 NC 的中点，$\therefore DQ$ 是 $\triangle CHN$ 的中位线，$\therefore HN=2DQ$，$\therefore DM=2DQ$.

刷素养

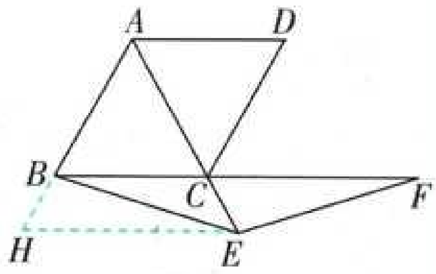
5.【解】(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AB=BC$. $\because\angle ABC=60°$，$\therefore\triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore\angle BCA=60°$. 又 $\because E$ 是线段 AC 的中点，$\therefore\angle CBE=\angle ABE=30°$，$AE=CE$. $\because CF=AE$，$\therefore CE=CF$，$\therefore\angle F=\angle CEF=\frac{1}{2}\angle BCA=30°$，$\therefore\angle CBE=\angle F$，$\therefore BE=EF$，故答案为 $BE=EF$.

(2)结论成立. 证明如下：
过点 E 作 $EG/\!/BC$ 交 AB 于点 G，如图(1)所示. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，$\therefore AB=BC$，$AB/\!/CD$. $\because\angle ABC=60°$，$\therefore\triangle ABC$ 为等边三角形，$\angle BCD=120°$，$\therefore\angle ACD=\angle ACB=60°$，$\angle DCF=\angle ABC=60°$，$\therefore\angle ECF=120°$. $\because EG/\!/BC$，$\therefore\angle AGE=\angle ABC=60°$. 又 $\because\triangle ABC$ 为等边三角形，$\therefore AB=AC$，$\angle BAC=60°$，$\therefore\triangle AGE$ 是等边三角形，$\therefore AG=AE=GE$，$\therefore BG=CE$，$\angle BGE=120°=\angle ECF$. $\because CF=AE$，$\therefore GE=CF$，$\therefore\triangle BGE\cong\triangle ECF$（SAS），$\therefore BE=EF$.



图(1)

(3)结论成立. 证明如下:过点 E 作 $EH/\!/BC$ 交 AB 的延长线于点 H,如图(2)所示.



图(2)

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,$\therefore AB=BC$. $\because \angle ABC=60°$, $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,$\therefore AB=AC$, $\angle ACB=\angle BAC=60°$, $\therefore \angle ECF=60°$. $\because EH/\!/BC$, $\therefore \angle AHE=\angle ABC=60°$, $\therefore \triangle AHE$ 是等边三角形, $\therefore AH=AE=HE$, $\therefore BH=CE$, $\angle AHE=\angle ECF$. $\because CF=AE$, $\therefore HE=CF$, $\therefore \triangle BHE \cong \triangle ECF$(SAS), $\therefore BE=EF$.

课时 2 菱形的判定

刷基础

1. C 【解析】$\because$ 四边形是平行四边形,$\therefore$ 对角线互相平分,故 A 不一定是菱形. $\because$ 四边形是平行四边形,$\therefore$ 对边相等,故 B 不一定是菱形. 根据三角形的内角和定理可得 $180°-70°-55°=55°$, $\therefore$ 邻边相等. $\because$ 四边形是平行四边形,$\therefore$ 该四边形是菱形,故 C 是菱形. $\because$ 四边形是平行四边形,$\therefore$ 对边平行,故 D 不一定是菱形. 故选 C.

2. A 【解析】$\because DE/\!/AC$, $DF/\!/AB$, $\therefore$ 四边形 $AEDF$ 为平行四边形,$\angle EAD=\angle FDA$. $\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $\therefore \angle EAD=\angle FAD=\angle FDA$, $\therefore FA=FD$, $\therefore$ 平行四边形 $AEDF$ 为菱形. $\because AF=6$, $\therefore C_{菱形AEDF}=4AF=4\times 6=24$. 故选 A.

3. $AB=AD$(答案不唯一) 【解析】这个条件可以是 $AB=AD$,理由:由平移的性质得 $AB/\!/DE$, $AB=DE$, $\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形. 又 $\because AB=AD$, $\therefore$ 平行四边形 $ABED$ 是菱形,故答案为 $AB=AD$(答案不唯一).

4. 【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore \angle BAD=\angle BCD$, $AD/\!/BC$. $\because AE$, CF 分别是 $\angle BAD$, $\angle BCD$ 的平分线,$\therefore \angle BAE=\angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAD$, $\angle BCF=\angle DCF=\frac{1}{2}\angle BCD$, $\therefore \angle DAE=\angle BCF$. $\because AD/\!/BC$, $\therefore \angle DAE=\angle AEB$, $\therefore \angle BCF=\angle AEB$, $\therefore AE/\!/FC$, $\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形. $\because AE=AF$, $\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形.

5. D 【解析】

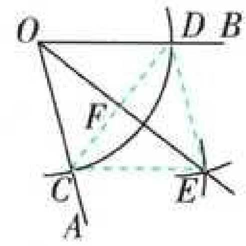
A	$\because \angle ABD=\angle ADB$, $\therefore AB=AD$, $\therefore \square ABCD$ 是菱形,故选项 A 不符合题意
B	$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$AC\perp BD$, $\therefore \square ABCD$ 是菱形,故选项 B 不符合题意
C	$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$AB=BC$, $\therefore \square ABCD$ 是菱形,故选项 C 不符合题意
D	由四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$AC=BD$,不能证明$\square ABCD$ 是菱形,故选项 D 符合题意

续表

6. 【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AD/\!/BC$, $AD=BC$. $\because DE=BF$, $\therefore AD-DE=BC-BF$,即 $AE=CF$. 又 $\because AE/\!/CF$, $\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形. 又 $\because AC\perp EF$, $\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形.

关键点拨 连接 CE, DE, CD,根据作图过程可证明四边形 $OCED$ 是菱形,根据菱形的对角线互相垂直平分,结合勾股定理即可求得 CD 的长.

7. B 【解析】如图,连接 CE, DE, CD, CD 交 OE 于点 F. 由作图过程可知,$OC=OD=CE=DE$, $\therefore$ 四边形 $ODEC$ 是菱形, $\therefore OE\perp CD$, $OF=FE=\frac{1}{2}OE=8$. $\because OC=10$, $\therefore CF=DF=6$, $\therefore CD=12$. 故选 B.



8. 【证明】$\because AC$ 是 BD 的垂直平分线,$\therefore AB=AD$, $BC=CD$, $\therefore \angle ABD=\angle ADB$, $\angle BAF=\angle DAF$.

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ADF$ 中,$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle BAF=\angle DAF,\\ AF=AF,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle ADF$(SAS), $\therefore \angle ABF=\angle ADF$. $\because \angle BEC=\angle ADF$, $\therefore \angle BEC=\angle ABF$, $\therefore AB/\!/CD$, $\therefore \angle BAC=\angle ACD$. 又 $\because \angle BAC=\angle DAC$, $\therefore \angle CAD=\angle ACD$, $\therefore AD=CD$. $\because AB=AD$, $BC=CD$, $\therefore AB=CB=CD=AD$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

刷提升

知识拓展 顺次连接任意四边形四边中点得到的四边形都是平行四边形,当原四边形的对角线相等时,得到的四边形是菱形.

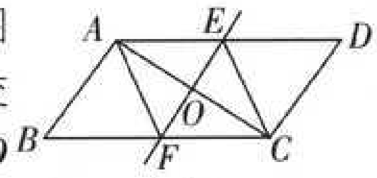
1. D 【解析】$\because$ 在四边形 $ABCD$ 中,E, F, G, H 分别是 AB, BD, CD, AC 的中点,$\therefore EF/\!/AD$, $HG/\!/AD$, $\therefore EF/\!/HG$. 同理,$HE/\!/GF$, $\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

A	若四边形 $ABCD$ 是梯形,当 $AD\neq CB$ 时,$GH\neq FG$,四边形 $EFGH$ 不是菱形,故 A 选项错误
B	当四边形 $ABCD$ 是菱形时,E, F, G, H 四点共线,故 B 选项错误
C	当对角线 $AC=BD$ 时,无法推出四边形 $EFGH$ 的一组邻边相等,所以四边形 $EFGH$ 不一定是菱形,故 C 选项错误

续表

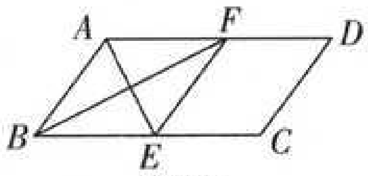
D	当 $AD=BC$ 时，$GH=GF$，所以平行四边形 $EFGH$ 是菱形，故 D 选项正确

2. A 【解析】甲的作法如图(1)所示，设 AC 与 EF 交于点 O. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD//BC$，∴ $AE//CF$，$\angle EAO=\angle FCO$. 又∵ EF 垂直平分 AC，∴ $AO=CO$，$AE=CE$. 又∵ $\angle AOE=\angle COF$，∴ $\triangle AOE\cong\triangle COF$(ASA)，∴ $AE=CF$，∴ 四边形 $AFCE$ 为平行四边形. 又∵ $AE=CE$，∴ 四边形 $AFCE$ 为菱形，故甲的作法正确.



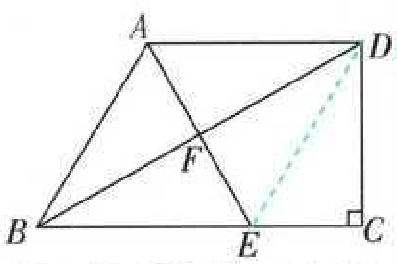
图(1)

乙的作法如图(2)所示. ∵ $AD//BC$，∴ $\angle FAE=\angle BEA$. ∵ AE 平分 $\angle BAD$，∴ $\angle FAE=\angle BAE$，∴ $\angle BEA=\angle BAE$，∴ $BA=BE$. 同理可得 $AB=AF$，∴ $AF=BE$. 又∵ $AF//BE$，∴ 四边形 $ABEF$ 为平行四边形. ∵ $AB=AF$，∴ 平行四边形 $ABEF$ 为菱形，故乙的作法正确. 故选 A.



图(2)

3. $2\sqrt{5}$ 【解析】如图，连接 DE. 在直角三角形 CDE 中，$EC=3$，$CD=4$，根据勾股定理，得 $DE=5$. ∵ $AB=AD$，AE 平分 $\angle BAD$，∴ AE 垂直平分 BD，∴ $DE=BE=5$. ∵ $AD//BC$，∴ $\angle DAE=\angle AEB$，∴ $\angle BAE=\angle AEB$，∴ $AB=BE=5$，∴ $BC=BE+EC=8$，$AB=AD=BE=DE$，∴ 四边形 $ABED$ 是菱形. 由勾股定理得 $BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，∴ $BF=2\sqrt{5}$，∴ $FE=\sqrt{BE^2-BF^2}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}$，∴ $AE=2FE=2\sqrt{5}$，故答案为 $2\sqrt{5}$.



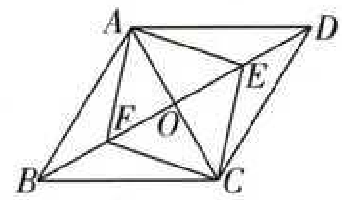
思路分析

连接 DE，由 $AB=AD$，AE 平分 $\angle BAD$，$AD//BC$，可证四边形 $ABED$ 为菱形，进而解答即可.

4. 4 或 $\frac{43}{8}$ 【解析】若 AC 为边，CD 是对角线，∵ 四边形 $ADBC$ 为菱形，∴ $AC=AD$. ∵ $A(-3,0)$，$C(0,4)$，$D(-6,z)$，∴ $3^2+4^2=(-3+6)^2+z^2$，解得 $z_1=4$，$z_2=-4$（舍去）. 若 AC 为对角线，根据题意可求直线 AC 表达式为 $y_{AC}=\frac{4}{3}x+4$. ∵ $BD\perp AC$，∴ 设直线 BD 表达式为 $y_{BD}=-\frac{3}{4}x+b$. ∵ 直线 BD 过 AC 中点 $\left(-\frac{3}{2},2\right)$，∴ $2=-\frac{3}{4}\times\left(-\frac{3}{2}\right)+b$，解得 $b=\frac{7}{8}$，∴ 直线 BD 表达式为 $y_{BD}=-\frac{3}{4}x+\frac{7}{8}$. ∵ 直线 BD 过 $D(-6,z)$，∴ $z=\frac{43}{8}$. 故答案为 4 或 $\frac{43}{8}$.

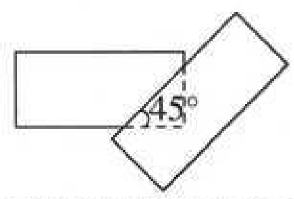
5. (1)【证明】∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD=BC$，$AD//BC$，$BO=DO$，∴ $\angle ADE=\angle CBF$. ∵ $OE=OF$，∴ $DE=BF$. 在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中，
$$\begin{cases}AD=CB,\\ \angle ADE=\angle CBF,\\ DE=BF,\end{cases}$$
∴ $\triangle ADE\cong\triangle CBF$(SAS).

(2)【解】四边形 $AFCE$ 是菱形，理由如下：如图，∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $OA=OC$. ∵ $OE=OF$，∴ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形. ∵ BD 平分 $\angle ABC$，∴ $\angle ABD=\angle CBD$. ∵ $AD//BC$，∴ $\angle ADB=\angle CBD$，∴ $\angle ABD=\angle ADB$，∴ $AB=AD$，∴ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AC\perp EF$，∴ 平行四边形 $AFCE$ 是菱形.

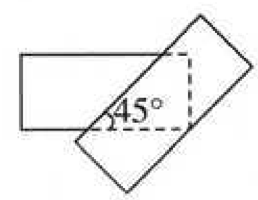


刷素养

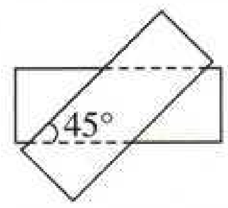
6. (1)【解】在平移过程中，重叠部分的形状分别为等腰直角三角形、直角梯形、菱形、五边形. 如图(1)所示.



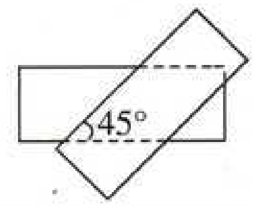
重叠部分是等腰直角三角形



重叠部分是直角梯形



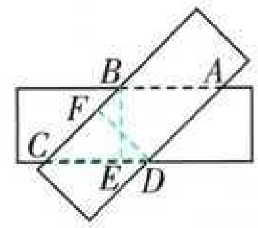
重叠部分是菱形



重叠部分是五边形

图(1)

(2)①【证明】分别过 B，D 作 $BE\perp CD$ 于点 E，$DF\perp CB$ 于点 F，如图(2)，∴ $\angle BEC=\angle DFC=90°$. ∵ 两纸条等宽，∴ $BE=DF=6$ cm. ∵ $\angle BCE=\angle DCF=45°$，∴ $BC=CD=6\sqrt{2}$ cm. ∵ 两纸条都是长方形，∴ $AB//CD$，$BC//AD$，∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 又∵ $BC=DC$，∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形.



图(2)

②【解】由①得 $CD=6\sqrt{2}$ cm. ∵ $BE=6$ cm，∴ $S_{菱形ABCD}=CD\times BE=6\sqrt{2}\times6=36\sqrt{2}$ (cm²).

课时 3 菱形的性质与判定的综合应用

刷提升

思路分析

先判定四边形 $ABCD$ 为菱形，再根据菱形的性质即可得到 $\angle BEF$ 的度数，再根据 $\angle PEB=90°$，即可得出 $\angle PEF$ 的度数.

1. A 【解析】∵ 平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=DC$，∴ 四边形 $ABCD$ 为菱形，∴ $AB=BC$，$\angle ABC=$

$180°-\angle A=70°$. $\because$ E,F 分别为 AB,BC 的中点，$\therefore$ $BE=BF$，$\therefore$ $\angle BEF=\angle BFE=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$. $\because$ $PE\perp CD$，$AB/\!/CD$，$\therefore$ $PE\perp AB$，$\therefore$ $\angle PEB=90°$，$\therefore$ $\angle PEF=90°-55°=35°$，故选 A.

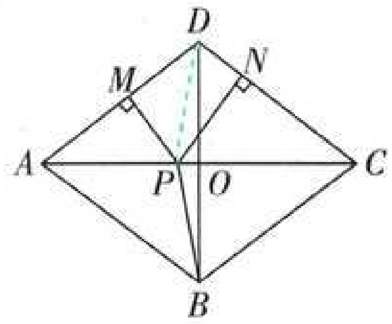
2. A 【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore$ $AB=BC=CD=DA$，$AB/\!/CD$，$OA=OC$，$OB=OD$，$AC\perp BD$，$\therefore$ $\angle BAG=\angle EDG$，$\triangle ABO\cong\triangle CBO\cong\triangle CDO\cong\triangle ADO$. $\because$ $CD=DE$，$\therefore$ $AB=DE$. 在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DEG$ 中，$\begin{cases}\angle BAG=\angle EDG,\\ \angle AGB=\angle DGE,\\ AB=DE,\end{cases}$ $\therefore$ $\triangle ABG\cong\triangle DEG$ (AAS)，$\therefore$ $AG=DG$，$\therefore$ OG 是 $\triangle ACD$ 的中位线，$\therefore$ $OG=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB$，故①正确. 连接 AE. $\because$ $AB/\!/CE$，$AB=DE$，$\therefore$ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形. $\because$ $\angle BCD=\angle BAD=60°$，$\therefore$ $\triangle ABD$，$\triangle BCD$ 是等边三角形，$\therefore$ $AB=BD=AD$，$\angle ODC=60°$，$\therefore$ $OD=AG$，四边形 $ABDE$ 是菱形，故④正确. $\therefore$ $AD\perp BE$，由菱形的性质得 $\triangle ABG\cong\triangle DBG\cong\triangle DEG$. 在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DCO$ 中，$\begin{cases}AG=OD,\\ \angle BAG=\angle ODC=60°,\\ AB=DC,\end{cases}$ $\therefore$ $\triangle ABG\cong\triangle DCO$ (SAS)，$\therefore$ $\triangle ABO\cong\triangle CBO\cong\triangle CDO\cong\triangle ADO\cong\triangle BAG\cong\triangle BDG\cong\triangle EDG$，$\therefore$ 与 $\triangle DEG$ 全等的三角形有 6 个，故②不正确. $\because$ $OB=OD$，$\therefore$ $S_{\triangle BOG}=S_{\triangle DOG}$. $\because$ 四边形 $ABDE$ 是菱形，$\therefore$ $S_{\triangle ABG}=S_{\triangle DGE}$，$\therefore$ 四边形 $ODEG$ 与四边形 $OBAG$ 面积相等，故③正确. 故选 A.

3. $\frac{1}{2^{2\,021}}$ 【解析】$\because$ 点 D,E 分别为 AC,BC 边的中点，$\therefore$ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，$\therefore$ $DE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$，$AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}$，$DE/\!/AF$，$\therefore$ $DE=AD$. $\because$ $EF/\!/AC$，$\therefore$ 四边形 $EDAF$ 是平行四边形，$\therefore$ $AD=EF$，$DE=AF$. 又 $\because$ $DE=AD$，$\therefore$ $AD=EF=DE=AF$，$\therefore$ 四边形 $EDAF$ 是菱形，$\therefore$ $C_1=4\times\frac{1}{2}=2$. 同理求得 $C_2=4\times\frac{1}{2^2}=1$，$\cdots$，$C_n=4\times\frac{1}{2^n}=\frac{1}{2^{n-2}}$ (n 为正整数)，$\therefore$ $C_{2\,023}=\frac{1}{2^{2\,023-2}}=\frac{1}{2^{2\,021}}$. 故答案为 $\frac{1}{2^{2\,021}}$.

思路分析 证得四边形 $ABCD$ 是菱形，得 $CD=AD=5$，连接 PD，由三角形面积关系求出 $PM+PN=4.8$，则当 PB 最短时，$PM+PN+PB$ 有最小值，即当 $BP\perp AC$ 时，PB 最短，即可得出答案.

关键点拨 (3) 当 O 点在 BD 的延长线上时，可以理解为点 O 在 $\angle ABC$ 的平分线上运动，根据角平分线上点的性质，得 O 点到 AB 的距离和到 BC 的距离相等，可以发现，O 点到 BC 的距离和到 AD 的距离之差为定值，即 AD，BC 间的距离.

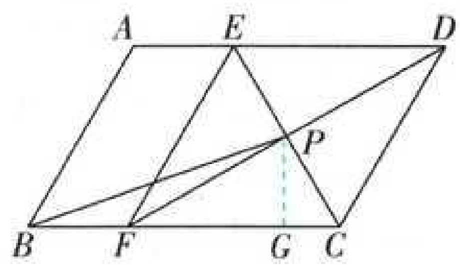
4. 7.8 【解析】$\because$ $AO=CO=4$，$BO=DO=3$，$\therefore$ $AC=8$，四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $\because$ $AC\perp BD$ 于点 O，$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形，$AD=\sqrt{AO^2+DO^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$\therefore$ $CD=AD=5$. 连接 PD，如图所示.



$\because$ $S_{\triangle ADP}+S_{\triangle CDP}=S_{\triangle ADC}$，$\therefore$ $\frac{1}{2}\cdot AD\cdot PM+\frac{1}{2}DC\cdot PN=\frac{1}{2}AC\cdot OD$，即 $\frac{1}{2}\times5\times PM+\frac{1}{2}\times5\times PN=\frac{1}{2}\times8\times3$，$\therefore$ $5\times(PM+PN)=8\times3$，$\therefore$ $PM+PN=4.8$，$\therefore$ 当 PB 最短时，$PM+PN+PB$ 有最小值. 由垂线段最短可知，当 $BP\perp AC$ 时，PB 最短，$\therefore$ 当点 P 与点 O 重合时，$PM+PN+PB$ 有最小值，最小值为 $4.8+3=7.8$，故答案为 7.8.

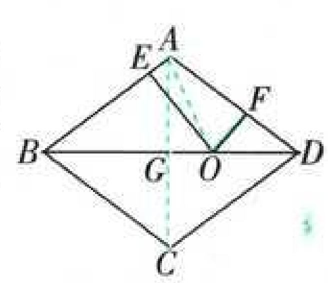
5. (1)【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$\therefore$ $AD/\!/BC$，$\therefore$ $\angle EDF=\angle DFC$. $\because$ DF 平分 $\angle ADC$，$\therefore$ $\angle EDF=\angle CDF$，$\therefore$ $\angle DFC=\angle CDF$，$\therefore$ $CD=CF$，同理可得 $CD=DE$，$\therefore$ $CF=DE$. 又 $\because$ $CF/\!/DE$，$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 是平行四边形. $\because$ $CD=CF$，$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 为菱形.

(2)【解】如图，过 P 作 $PG\perp BC$ 于 G. $\because$ $AB=2$，$BC=3$，$\angle A=120°$，且四边形 $CDEF$ 为菱形，$\therefore$ $CF=EF=CD=AB=2$，$\angle ECF=\frac{1}{2}\angle BCD=\frac{1}{2}\angle A=60°$，$\therefore$ $\triangle CEF$ 为等边三角形，$\angle CPG=30°$，$\therefore$ $CE=CF=2$，$\therefore$ $PC=\frac{1}{2}CE=1$，$\therefore$ $CG=\frac{1}{2}PC=\frac{1}{2}$，$\therefore$ $BG=BC-CG=3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$，由勾股定理得，$PG=\frac{\sqrt{3}}{2}$. 在 Rt$\triangle BPG$ 中，由勾股定理可得 $BP=\sqrt{BG^2+PG^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{7}$，即 BP 的长为 $\sqrt{7}$.



刷素养

6. (1) 12　96 【解析】如图(1)，连接 AC，与 BD 相交于点 G. 在菱形 $ABCD$ 中，$AC\perp BD$，$BG=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times16=8$.

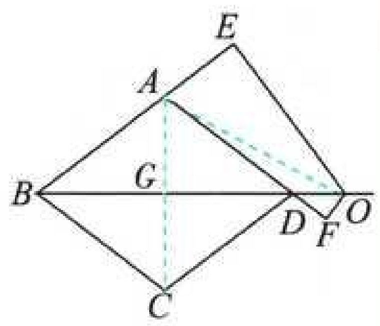


图(1)

由勾股定理得 $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，$\therefore AC=2AG=2\times6=12$，$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times12\times16=96$. 故答案为 12，96.

【解】(2) $OE+OF$ 的值不会发生变化. 理由如下：如图(1)，连接 AO，则 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle ADO}$，$\therefore \frac{1}{2}BD\cdot AG=\frac{1}{2}AB\cdot OE+\frac{1}{2}AD\cdot OF$，即 $\frac{1}{2}\times16\times6=\frac{1}{2}\times10\times OE+\frac{1}{2}\times10\times OF$，解得 $OE+OF=9.6$，因此 $OE+OF$ 为定值，不会随点 O 的变化而变化.

(3) $OE+OF$ 的值会发生变化，OE 与 OF 之间的数量关系为 $OE-OF=9.6$. 理由如下：如图(2)，连接 AO，连接 AC 交 BD 于点 G，则 $AC\perp BD$，$AG=6$. $\because S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ABO}-S_{\triangle ADO}$，$\therefore \frac{1}{2}BD\cdot AG=\frac{1}{2}AB\cdot OE-\frac{1}{2}AD\cdot OF$，即 $\frac{1}{2}\times16\times6=\frac{1}{2}\times10\times OE-\frac{1}{2}\times10\times OF$，解得 $OE-OF=9.6$，因此 $OE-OF$ 为定值，不会随点 O 的变化而变化. $\therefore OE+OF$ 的值会发生变化，OE，OF 之间的数量关系为 $OE-OF=9.6$.



图(2)

2 矩形的性质与判定

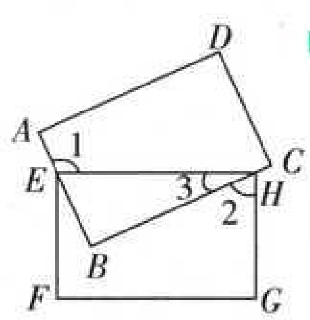
课时 1 矩形的性质

刷基础

1. 45 【解析】当 $\angle B=45°$ 时，四边形 $AEDF$ 是矩形. $\because DF/\!/AB$，$DE/\!/AC$，$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是平行四边形. $\because AB=AC$，$\therefore \angle B=\angle C$. 当 $\angle A=90°$ 时，四边形 $AEDF$ 是矩形，$\therefore \angle B=45°$. 故答案为 45.

2. 12 【解析】$\because$ 矩形 $ABCD$ 是中心对称图形，对称中心是对角线 AC 与 BD 的交点 O，$\therefore OB=OD$，$EO=FO$. 又 $\because \angle BOE=\angle DOF$，$\therefore \triangle BOE\cong\triangle DOF$(SAS)，$\therefore S_{\triangle EOB}=S_{\triangle FOD}$，$\therefore$ 题图中阴影部分的面积 $=\triangle AOB$ 的面积 $=\frac{1}{4}AB\cdot BC=\frac{1}{4}\times6\times8=12$，故答案为 12.

3. B 【解析】如图，$\because$ 四边形 $ABCD$，四边形 $EFGH$ 都是矩形，$\therefore \angle B=\angle EHG=90°$. $\because \angle1$ 是 $\triangle EBH$ 的一个外角，$\therefore \angle3=\angle1-\angle B=\alpha-90°$，$\therefore \angle2=\angle EHG-\angle3=90°-(\alpha-90°)=180°-\alpha$，故选 B.



思路分析

根据矩形的性质可得 $\angle B=\angle EHG=90°$，利用三角形的外角性质可得 $\angle3$ 的度数，然后再利用 $\angle2=\angle EHG-\angle3$ 即可解答.

4. (1)【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore OA=OC$，$OB=OD$，$AC=BD$，$\angle ABC=90°$. $\because BE=DF$，$\therefore OE=OF$. 在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中，
$$\begin{cases}OA=OC,\\ \angle AOE=\angle COF,\\ OE=OF,\end{cases}$$
$\therefore \triangle AOE\cong\triangle COF$(SAS)，$\therefore AE=CF$.

(2)【解】$\because OA=OC$，$OB=OD$，$AC=BD$，$\therefore OA=OB$. $\because \angle AOB=\angle COD=60°$，$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，$\therefore OA=AB=6$，$\therefore AC=2OA=12$. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=6\sqrt{3}$，$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积为 $AB\cdot BC=6\times6\sqrt{3}=36\sqrt{3}$.

思路分析

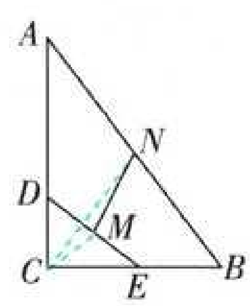
连接 CM，CN. 抓住本题中动与不动的要素，动的是点 D，E，即线段 DE，不动的是 $\triangle CDE$ 恒为直角三角形，M，N 恒为 DE 和 AB 的中点，在动点运动过程中 CM 的长度始终是 DE 的一半，是一个定值，问题就可以从 MN 的最小值转化为 $MN+CM$ 的最小值，从而求解.

5. B

添加辅助线

已知直角三角形及斜边中点，则构造斜边上的中线.

【解析】如图，连接 CM，CN. $\because DE=4$，点 M，N 分别是 DE，AB 的中点，$\therefore CN=\frac{1}{2}AB=5$，$CM=\frac{1}{2}DE=2$. 当 C，M，N 在同一直线上时，MN 取得最小值，$\therefore MN$ 的最小值为 $5-2=3$. 故选 B.



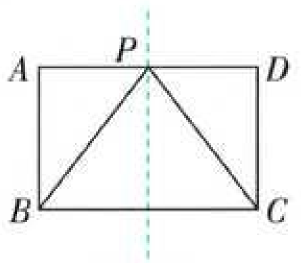
6.【证明】(1) $\because AF/\!/BC$，$\therefore \angle AFE=\angle DBE$. $\because E$ 是 AD 的中点，$\therefore AE=DE$. 在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle DBE$ 中，
$$\begin{cases}\angle AFE=\angle DBE,\\ \angle FEA=\angle BED,\\ AE=DE,\end{cases}$$
$\therefore \triangle AFE\cong\triangle DBE$(AAS).

(2) 由(1)知，$\triangle AFE\cong\triangle DBE$，则 $AF=DB$. $\because D$ 是 BC 的中点，$\therefore DB=DC$，$\therefore AF=CD$. $\because AF/\!/BC$，$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形. $\because \angle BAC=90°$，D 是 BC 的中点，$\therefore AD=DC=\frac{1}{2}BC$，$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是菱形.

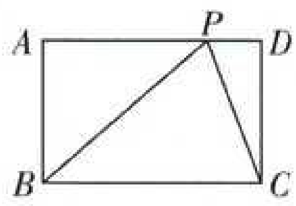
刷易错

7. 5 或 6 【解析】在矩形 $ABCD$ 中，$AB=CD=4$，$BC=AD=6$. 如图(1)，当 $PB=PC$ 时，点 P 是 BC 的垂直平分线与 AD 的交点，则 $AP=DP=\frac{1}{2}AD=3$. 在 Rt$\triangle ABP$ 中，由勾股定理得 $PB=\sqrt{AP^2+AB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$. 如图(2)，当 $BP=BC=6$ 时，$\triangle BPC$ 也是以 PB 为腰的等腰三角

形. 综上所述, PB 的长度是 5 或 6. 故答案为 5 或 6.



图(1)



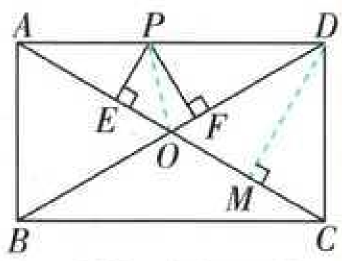
图(2)

易错警示
在矩形 $ABCD$ 中, $\triangle BPC$ 是以 PB 为腰的等腰三角形,符合题意的图形不唯一,解题时,要分类讨论,以防漏解.

刷提升

1. B 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $\angle DAB=\angle ABE=90°$, $OA=OB$. ∵ AE 平分 $\angle BAD$, ∴ $\angle BAE=45°$, ∴ $\angle AEB=45°$, ∴ $AB=BE$, $\angle BAO=45°+15°=60°$, ∴ $\triangle BAO$ 是等边三角形, ∴ $AB=BO=BE$. ∵ $\angle OBE=90°-60°=30°$, ∴ $\angle OEB=(180°-30°)\div 2=75°$, ∴ $\angle AEO=75°-45°=30°$. 故选 B.

2. D 【解析】如图,连接 PO,过点 D 作 $DM\perp AC$ 于点 M. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $\angle ADC=90°$,



$AB=CD=5$, $OA=OC$, $OB=OD$, $AC=BD$, ∴ $OA=OD$. 由勾股定理,得 $AC=13$, ∴ $OA=OD=6.5$. ∵ $S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}\times 12\times 5=\frac{1}{2}\times 13\times DM$, ∴ $DM=\frac{60}{13}$. ∵ $S_{\triangle AOD}=S_{\triangle APO}+S_{\triangle DPO}$, ∴ $\frac{1}{2}AO\times PE+\frac{1}{2}OD\times PF=\frac{1}{2}\times AO\times DM$, ∴ $PE+PF=DM=\frac{60}{13}$. 故选 D.

思路分析
连接 PO,过 D 作 $DM\perp AC$ 于 M,求出 AC, DM,根据三角形面积公式得出 $PE+PF=DM$,即可得出答案.

3. D 【解析】∵ 在矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC, BD 相交于点 O, $\angle BOC=120°$, ∴ $AC=BD$, $\angle AOB=60°$. ∵ 矩形对角线互相平分, ∴ $OA=OB=OC=OD$, ∴ $\triangle AOB$ 是等边三角形, ∴ $AB=OA=OB=OC=OD$, $\angle BAC=60°$. 由勾股定理得, $BC=\sqrt{3}AB$. ∵ $AM/\!/BD$, $DM/\!/AC$, ∴ 四边形 $AODM$ 是平行四边形. ∵ $OA=OD$, ∴ 四边形 $AODM$ 是菱形, ∴ $OA=OD=DM=AM$. ∵ 菱形 $AODM$ 的周长为 12, ∴ $AB=OA=3$, ∴ $BC=3\sqrt{3}$. 故选 D.

4. 0.5

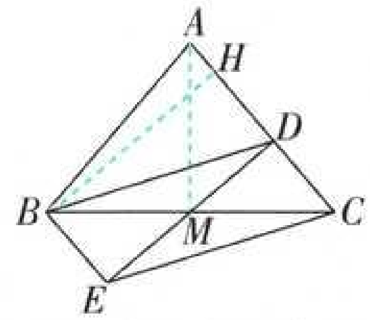
思路分析

由矩形性质和勾股定理得 $DE=13, OD=OE=6.5$ → $EF=OE-OF=0.5$

由三角形中位线定理得 $OF=\frac{1}{2}BC=6$ → $EF=OE-OF=0.5$

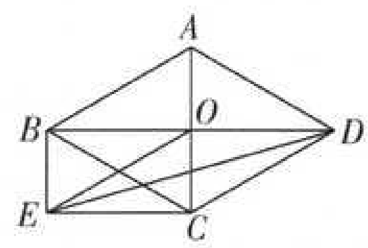
【解析】矩形 $ADBE$ 中, $BD=5$, $AD=12$, $\angle ADB=90°$, $DE=AB$, $OA=OB=OD=OE$. 在 Rt$\triangle ABD$ 中, $AB=\sqrt{BD^2+AD^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$, ∴ $DE=13$, ∴ $OA=OB=OD=OE=6.5$. ∵ 点 O, F 分别是 AB, AC 的中点, ∴ OF 为 $\triangle ABC$ 的中位线, ∴ $OF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 12=6$, ∴ $EF=OE-OF=6.5-6=0.5$. 故答案为 0.5.

5. 9.6 【解析】如图,当 DE 是平行四边形 $BDCE$ 的对角线,且 $DE\perp AC$ 时, DE 的长最小. 设 BC 和 DE 交于 M,作 $BH\perp AC$ 于 H,连接 AM. 在平行四边形 $BDCE$ 中, $MB=CM$, $BE/\!/AC$, ∴ $MB=\frac{1}{2}BC=6$, $AM\perp BC$, ∴ $AM=\sqrt{AB^2-MB^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$. ∵ $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}AC\cdot BH=\frac{1}{2}BC\cdot AM$, ∴ $10BH=12\times 8$, ∴ $BH=9.6$. 易证四边形 $BEDH$ 是矩形, ∴ $DE=BH=9.6$, ∴ DE 的最小值是 9.6. 故答案为 9.6.



6. (1)【证明】∵ 四边形 $BECO$ 是矩形, ∴ $BC=EO$, $\angle BOC=90°$, ∴ $AC\perp BD$. ∵ $AD=EO$, ∴ $AD=BC$. ∵ $BC/\!/AD$, ∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 又∵ $AC\perp BD$, ∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2)【解】如图, ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle BCD=120°$, ∴ $\angle ABC=180°-120°=60°$, $AB=BC$, $AO=CO=2$, $BO=DO$, $\angle ABO=\angle CBO$, ∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形, ∴ $AB=AC=4$, ∴ $BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=2\sqrt{3}$, ∴ $BD=4\sqrt{3}$. ∵ 四边形 $BECO$ 是矩形, ∴ $BE=CO=2$, $\angle DBE=90°$, ∴ $DE=\sqrt{BD^2+BE^2}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+2^2}=2\sqrt{13}$.



刷素养

7. (1)【证明】∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $OA=OC=\frac{1}{2}AC$, $OB=OD=\frac{1}{2}BD$, $AC=BD$, ∴ $OB=OC=OA=OD$. ∵ $BE=CE$, $OE=OE$, ∴ $\triangle BEO\cong\triangle CEO$(SSS).

(2)【解】$\triangle DHE$, $\triangle CHO$, $\triangle DEG$, $\triangle BFO$ 的面积都与 $\triangle AEF$ 的面积相等. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $\angle BAD=\angle CDA=90°$, $AB/\!/CD$, $AB=$

DC. $\because BE=CE$, $\therefore \mathrm{Rt}\triangle BAE\cong \mathrm{Rt}\triangle CDE$(HL), $\therefore \angle AEB=\angle DEC$, $AE=DE$. $\because OA=OD$, $\therefore \angle OEA=\angle OED=90^\circ$, $\therefore \angle BAD=\angle OED=90^\circ$, $\angle ADC=\angle AEO=90^\circ$, $\therefore AB\parallel OE\parallel DC$, $\therefore S_{\triangle AEO}=S_{\triangle BEO}$, $S_{\triangle DEO}=S_{\triangle COE}$, $\therefore S_{\triangle AEO}-S_{\triangle EFO}=S_{\triangle BEO}-S_{\triangle EFO}$, $S_{\triangle DEO}-S_{\triangle EHO}=S_{\triangle COE}-S_{\triangle EHO}$, $\therefore S_{\triangle AEF}=S_{\triangle BFO}$, $S_{\triangle DHE}=S_{\triangle CHO}$. $\because OA=OD$, $\therefore \angle DAO=\angle ADO$. $\because \triangle BEO\cong\triangle CEO$, $\therefore \angle BEO=\angle CEO$, $\therefore \angle AEB=\angle DEC$, $\therefore \triangle AEF\cong\triangle DEH$(ASA), $\therefore S_{\triangle AEF}=S_{\triangle DHE}=S_{\triangle CHO}=S_{\triangle BFO}$. $\because DG\parallel AC$, $\therefore \angle G=\angle AFE$, $\angle GDE=\angle FAE$, $\therefore \triangle AEF\cong\triangle DEG$(AAS), $\therefore S_{\triangle AEF}=S_{\triangle DEG}$. $\therefore \triangle DHE$, $\triangle CHO$, $\triangle DEG$, $\triangle BFO$ 的面积都与 $\triangle AEF$ 的面积相等.

刷有所得　同底等高的两个三角形的面积相等，全等的两个三角形的面积相等，两个面积相等的三角形减去相同的图形，剩下部分的面积相等.

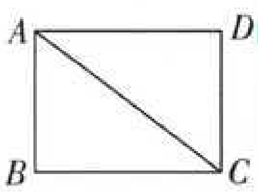
课时 2　矩形的判定

刷基础

1. C　【解析】

A	有两个角是直角的四边形不一定是矩形，故 A 不符合题意
B	有两个角是直角的四边形不一定是矩形，故 B 不符合题意
C	由两个角是直角得出一组对边平行，且这组对边相等，是平行四边形，又由有一个角是直角得是矩形，故 C 符合题意
D	有两个角是直角的四边形不一定是矩形，故 D 不符合题意

2. 合理　【解析】如图，由题意得 $AB=CD=0.6$ m, $BC=AD=0.8$ m, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形. 又 $\because AC=1$ m, $0.6^2+0.8^2=1^2$, $\therefore AB^2+BC^2=AC^2$, $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle B=90^\circ$, $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，即此木框为矩形，此方法合理，故答案为合理.



思路分析　由两组对边分别相等判断木框为平行四边形，再证明平行四边形的一个角是直角，从而判断木框为矩形.

3.【证明】$\because DE\perp AB$, $CF\perp AB$, $\therefore \angle DEA=\angle CFB=90^\circ$, $\therefore DE\parallel CF$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore DC\parallel AB$, $\therefore$ 四边形 $DEFC$ 是平行四边形. $\because \angle CFB=90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $DEFC$ 是矩形.

4. B

思路分析｜矩形判定方法

平行四边形 $\begin{cases}\text{一个角是 }90^\circ\rightarrow\text{矩形}\\ \text{对角线相等}\rightarrow\text{矩形}\end{cases}$

【解析】$\because AC\perp BD$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形，不能推出四边形 $ABCD$ 是矩形，故①错误; $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\angle BAD=90^\circ$, $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故②正确; $\because AB=BC$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形，不能推出四边形 $ABCD$ 是矩形，故③错误; $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC=BD$, $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形，故④正确. 即正确的有②④. 故选 B.

5. 对角线相等的平行四边形是矩形，矩形的四个角都是直角

6.【证明】(1) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD=BC$, $AB=CD$, $AB\parallel CD$, 则 $BE\parallel CD$. 又 $\because AB=BE$, $\therefore BE=DC$, $\therefore$ 四边形 $BECD$ 为平行四边形, $\therefore BD=EC$. 在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BEC$ 中, $\begin{cases}AB=BE,\\ BD=EC,\\ AD=BC,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABD\cong\triangle BEC$(SSS).

(2) 由 (1) 知，四边形 $BECD$ 为平行四边形，则 $OD=OE$, $OC=OB$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\therefore \angle A=\angle BCD$. 又 $\because \angle BOD=2\angle A$, $\angle BOD=\angle OCD+\angle ODC$, $\therefore \angle OCD=\angle ODC$, $\therefore OC=OD$, $\therefore OC+OB=OD+OE$, 即 $BC=ED$, $\therefore$ 平行四边形 $BECD$ 为矩形.

7. $AB=\frac{1}{2}BC$　【解析】$AB=\frac{1}{2}BC$ 时，四边形 $PEMF$ 是矩形. $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, M 为 AD 边的中点, $AB=\frac{1}{2}BC$, $\therefore AB=DC=AM=MD$, $\angle A=\angle D=90^\circ$, $\therefore \angle AMB=\angle DMC=45^\circ$, $\therefore \angle BMC=90^\circ$. 又 $\because PE\perp MC$, $PF\perp MB$, $\therefore \angle PFM=\angle PEM=90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $PEMF$ 是矩形. 故答案为 $AB=\frac{1}{2}BC$.

8.【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB\parallel CD$, $\therefore \angle ABC+\angle BCD=180^\circ$. $\because BH$, CH 分别平分 $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$, $\therefore \angle HBC=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle HCB=\frac{1}{2}\angle BCD$, $\therefore \angle HBC+\angle HCB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle BCD)=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$, $\therefore \angle H=90^\circ$. 同理可得 $\angle AEB=\angle F=90^\circ$, $\therefore \angle HEF=90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

欢迎访问：电子书学习和下载网站（https://www.shgis.com）
文档名称：2025初中必刷题-9上-数学（北师版）批注式答案与解析.pdf
请登录 https://shgis.com/post/4207.html 下载完整文档。
手机端请扫码查看: