

刘嘉

LECTURES ON  
PROBABILITY THEORY

刘嘉 / 著

概率论通识  
讲义

---

一门让你抓住未来的学问

刘嘉

LECTURES ON  
PROBABILITY THEORY

刘嘉 / 著

# 概率论通识 讲义

---

一门让你抓住未来的学问

新星出版社 NEW STAR PRESS

## 版权信息 COPYRIGHT

书名：刘嘉概率论通识讲义

作者：刘嘉

出版社：新星出版社

出版时间：2021年8月

ISBN：9787513346054

字数：97千字

本书由得到（天津）文化传播有限公司授权得到APP电子版制作与发行  
版权所有·侵权必究

## 前言

# 学习概率论拼的不是数学，而是语文

你肯定知道，要想了解当今前沿科技，不管是大数据、人工智能，还是生物医药、基因编辑，都绕不开概率论。

你肯定也知道，虽然爱因斯坦曾说“上帝不掷骰子”，但事实是，微观粒子的行为就是由概率决定的。随机和概率是这个世界的常态，也是这个世界的底色。

你肯定更知道，未来是不确定的，只要涉及选择和决策，就一定会用到概率思维。不管是想知道明天会不会下雨，出门要不要带伞，还是判断股市未来的涨跌，决定加仓或是卖出；不管是想知道新冠疫情什么时候会过去，还是要选择收益最大的方案……所有这些，都需要正确地判断概率。

所以，学习概率论，可以帮我们看懂前沿科技，理解现实世界，预知和抓住未来。

很多人觉得概率论特别难。抽象的公式、复杂的计算，想想都让人头大。我要做的，就是帮你扫清学习路上的障碍。

第一点，学习概率论并不需要很高的数学水平。

单纯的概率计算其实是非常简单的。举个简单的例子你就明白了。

老王家有两个孩子，已知老大是女孩，问另一个是男孩的概率是多少？这很简单，老大的性别已经确定了，老二要么是男孩，要么是女孩，所

以另一个是男孩的概率就是  $\frac{1}{2}$  嘛。但是，只要改变条件里的一个词，把“老大是女孩”变成“其中一个是女孩”，概率就变了。其中一个是女孩，两个孩子就有“女孩男孩”“男孩女孩”“女孩女孩”三种情况，其中有

男孩的情况有两种，所以另一个是男孩的概率马上就变大了，从  $\frac{1}{2}$  变成

了  $\frac{2}{3}$ 。是不是很神奇？

事实上，好多概率题在求解时，更多的是考验你的语文能力，看你能不能正确理解题意、找到条件。很多人不会解概率问题，不是因为不会计算，而是因为没有审好题，没有理解题意。真正让他们失败的不是数学水平不够，而是语文能力不足。

在现实中，用概率思维进行决策的第一步，就是把现实问题变成一个概率问题，而这考验的也是理解问题、抓住关键信息的能力，所以具备一定的语文能力非常重要。

只要有一定的语文能力，学习概率论就会很有优势。相信我，只要语文能力过关，会基本的加减乘除四则运算，这本概率论通识讲义你就能看得懂。

第二点，我们每个人都有概率意识，只是没有形成系统化的思维。

朋友运气不好、接连倒霉的时候，我们会安慰他说：“否极泰来，坏运气总会过去的”；早晨出门看到天边的朝霞，我们会知道今天很可能会下雨；投资理财，看到所有人都开始蜂拥着买股票、投基金，我们就知道风险越来越大，该撤就要撤。你看，每个人都有这种粗浅的概率意识。

网上有个很有意思的段子。

班里成绩倒数第一的学渣找到倒数第二的学渣说：“一会儿考试让我抄抄答案呗！”倒数第二的学渣很高兴，心想我还不是最差的，比不上学霸，但比最后一名还是强的。结果考试成绩出来，倒数第二的学渣考了倒数第一，而倒数第一的学渣考了一个中等分数。为什么呢？倒数第一的学渣说：“排除了咱俩的答案，选出正确答案的可能性果然提高了。”

连学渣都有碎片化的概率思维，我们当然更有。只是它们零散地存在于我们的头脑之中，没有经过系统化的整理。而这本书，就是要帮你完成整理工作，帮你把这些碎片拼接成一套系统化的思维。

本书共有7章。

第1章，介绍概率论的四大基石——随机、概率、独立性和概率度量。我争取用最短的时间，带你理解概率论的全貌。如果上帝在掷骰子，我们就看看他是怎么掷的。

第2章，学习概率计算。我会带你考量多个随机事件的综合概率，理解两种最基础的计算法则——加法法则和乘法法则，带你来看看上帝掷骰子的具体手法。

第3章，讲解概率论中最经典的内容——频率法，也就是用频率度量概率。我会把大数定律、数学期望、方差等概率论中最重要也最有用的知识掰开揉碎介绍给你。我们一起偷看上帝的安排，学会量化每一个随机事件和每一个选择的价值。

第4章，理解概率分布模型。你可能听过正态分布、幂律分布和泊松分布，它们其实就是一个模型，代表了不同的规律。如果说上帝在掷骰子，我们就一起看看上帝总共有多少种不同的骰子。

第5章，展现贝叶斯方法的魅力。贝叶斯方法是人工智能、大数据领域的基础，具有从有限的信息里猜测上帝底牌的能力。有了这种能力，你也就能够更好地理解未来、预测未来，并抓住未来。

第6章，辨析频率学派和贝叶斯学派的差异，让你分清主观和客观问题，帮你构建概率论发展的大框架。

第7章，教你建立概率思维的三个方法，帮助你在生活中有效地提升概率思维。

第三点，这本书关注的是通识，而非公式。

“人生有三重境界，看山是山，看山不是山，看山又是山。”如果以看山这件事来类比数学学习，那么，数学家所研究的是“山”本身，因此他们要用公式精准地描述山上的一草一木、一沟一壑。而对普通学习者来说，他们更关注“怎么看这座山”“怎么理解这座山”，是从更加通识的视角来思考。

所以在这本书中，我不会过多地给你讲解复杂的公式，而是会从通识的视角出发，为你展现概率论这座高山的全貌，让你用最短的时间，快速了解概率论这个年轻、基础，同时也非常重要的数学学科。

作为南京大学的副教授，我本科学的就是数学，我现在教学和科研的专业方向也是概率与数理统计。可以说，概率论是我的老本行。

这些年来，我一直是南京大学商学院MBA、EDP（高级经理人发展课程）的特约教师。把抽象的数学讲得生动、有趣，让你听得懂，还能获得一些启发，这事儿我擅长。我就是你通往概率论、培养概率思维的桥梁。

这本书脱胎于得到App的课程“概率论22讲”，书中做了必要的增补和调整，增加了更多的实例，调整了基本的结构和讲述的脉络。可以说，这是一本更容易阅读、更容易理解的通识讲义。

最后，感谢得到总编室的宣明栋老师、李倩老师，我的课程主编耿利杰老师，得到图书的负责人白丽丽老师，以及这本书的编辑郗泽潇老师，没有你们的指导、打磨和帮助，就不会有这本书。还要感谢所有听过我课程、跟我交流讨论过的朋友们，你们精彩的问题、深入的交流给了我很大的启发和信心。

罗素在写《数学原理》时说：“我常常在想，我似乎身在隧道之中，而能否到达隧道的另一端却无从知晓。”每次看到这句话，我都心有戚戚焉。在准备这门课的内容以及这本书的写作过程中，我也一直身处隧道之中。

这本书献给我的女儿果儿，是你天使般的笑容，让我抵达了隧道的另一端。

## 序章

# 概率论全貌

在本书的开始，我想先带你俯瞰一下概率论这一学科体系的全貌，让你对这门学科有一个整体的初步认识。

## 赌局中止，赌金该如何分配

我想先从一个与概率有关的故事讲起。有一天，你和女朋友一起看澳大利亚网球公开赛男单决赛，对阵双方是费德勒和纳达尔，两个人势均力敌，外界普遍预测两人的夺冠概率是五五开。

你喜欢费德勒，视他为网坛传奇，王者归来。可是，你女朋友不这么觉得，在她眼里费德勒就是一个大叔，长得一般，打球好像也没那么劲爆，还是纳达尔好。你说费德勒技术全面，她说纳达尔长得帅；你说费德勒的打法极具观赏性，她说纳达尔长得帅；你说费德勒优雅内敛，体现了网球运动的内在精神，她说纳达尔长得帅……你们谁也说服不了谁，就要吵起来了。

薛兆丰：《薛兆丰经济学讲义》，中信出版社，2018年，第496—499页。

薛兆丰老师在讲“阿罗不可能定理”时说，用钞票投票才是最好的选择。<sup>①</sup>所以你们就决定赌一把，每人拿出100块钱，合起来就有200块。费德勒拿了冠军，这200块就归你；纳达尔拿了冠军，这200块就归你女朋友。

我们知道，网球决赛是五局三胜制，只要赢三局，就赢得了最终比赛。你们俩一起看直播，打完第三局时，费德勒2：1暂时领先。结果这时候，小区突然停电了。你们光顾着争论，手机也忘了充电。总之，没法及时知道比赛结果了。你们又不想干等着，希望现在就结束这个讨厌的赌局。

现在问题来了：在这样的状况下，这200块该怎么分呢？

各自拿走100块？你不干，你的费德勒领先，赢面大；200块都归你？你女朋友不干，费德勒暂时领先就一定会赢吗？纳达尔也有翻盘的可能性呢。按说，费德勒2：1领先，最后赢的可能性更大一些，你应该多分一点。在这一点上，你们达成了共识。可是多分多少呢？你们又吵了起来。

从全局角度看待问题

如果我是你们的邻居，听到你们的争吵过来劝架，你觉得我会怎么办？拿起小黑板，直接进行公式推演？那你就想多了，我会直接对你说：“让着你女朋友不就得了，200块，又不是200万。”

这时候你不干了：“让着我女朋友当然可以，但这不能解决问题。如果不是网球比赛，而是你和合伙人清算公司、评估资产然后拆伙呢？是你和投资人计算投资份额和利益分配呢？是保险公司和再保险公司解决复杂的风险分担问题呢？这些能说让就让吗？当然要搞明白、算清楚啊。”

好吧，那我们就算清楚。比赛没结束，什么情况都可能发生，在这个当下，比赛结果是个不确定的事情。怎么算呢？概率论就是解决这样的问题的。我们来分析一下：假设费德勒和纳达尔实力相当，每局输赢都是五五开，也就是说，两人每局获胜的可能性都是50%。一共5局，已经打完了3局，那后面2局就跟抛硬币一样。如果费德勒赢是正面，纳达尔赢是反面，比赛可能的结果就只有4种——正正、正反、反正、反反，见表0-1。其中，前3种结果都是费德勒最终赢得比赛，只有连续出现两次反面，也就是纳达尔连扳两局的情况下，他才能逆转获胜。

表0-1 费德勒与纳达尔可能的比赛结果

第四局第五局最终冠军获胜方

正正费德勒你

正反费德勒你

反正费德勒你

反反纳达尔你女朋友

总之，后两局比赛的4种可能结果中，有3种结果对应着费德勒获胜，只有1种对应着纳达尔获胜。所以，你应该分200元的 $\frac{3}{4}$ ，也就是150元；而你女朋友应该分 $\frac{1}{4}$ ，也就是50元。

我讲完了，你和你女朋友肯定都无话可说，这个争执算解决了。

欢迎访问：电子书学习和下载网站 (<https://www.shgis.com>)

文档名称：《刘嘉概率论通识讲义》刘嘉 著.pdf

请登录 <https://shgis.com/post/2585.html> 下载完整文档。

手机端请扫码查看：

